University of Baghdad
College of Science
Department of mathematics

الفيزياء الرياضية

1

الكورس الاول

المرحلة الاولى

د.علاء حسين

2019

صباحي+مسائي

2018

Lecture (1)

Physics & Measurements

اقسام الفيزياء

١- الميكانيكا الكلاسيكية

٢- النسبية

٣- الديناميكا الحرارية

٤- الكهرومغناطيسية

٥- البصريات

٦- ميكانيكا الكم

جسم كبير - سرعة بطيئة

١- الميكانيكا الكلاسيكية

١- الفيزياء والقياس ٢- المادة ومقدار النظام

٣- تحليل الابعاد

٤- تحويل الوحدات

٥- التقريب ونظام حساب المقادير

٦- الارقام المعنوية

- مقياس الطول والكتلة والزمن

٢- الحركة في بعد واحد

٣- المتجهات

٤- الحركة في بعدين

٥- قوانين الحركة

٦- الحركة الدائرية

٧- طاقة نظام

٨- حفظ الطاقة

٩- الزخم الخطي والتصادمات

١٠- دوران الجسم الصلب حول محور ثابت

١١- الزخم الزاوي

١٢- التوازن المستقر

١٣- الجذب العام

١٥- ميكانيكا الموائع

1.1 Unit systems

Two systems of units are widely used in the world, the metric and the British systems. The metric system measures the length in meters whereas the British system makes use of the foot, inch, ….. The metric system is the most widely used. Therefore the metric system will be used in this book. By international agreement the metric system was formalized in 1971 into the *International System of Units (SI). There are seven basic* units in the SI as shown in table 1.3: "*For this book only three units are used, the meter, kilogram, and second*".

Quantity	Name	Symbol
Length	meter	m
Mass	kilogram	kg
Time	second	s
Temperature.	kelvin	K
Electric current	ampere	A
Number of particles	mole	mol
Luminous intensity	candela	cd

Mass: The SI unit of mass is the *Kilogram, which is defined as the mass of a* specific platinum-iridium alloy cylinder.
Time: The SI unit of time is the *Second, which is the time required for a* cesium-133 atom to undergo 9192631770 vibrations.
Length: The SI unit of length is Meter, which is the distance traveled by light is vacuum during a time of 1/2999792458 second.

1	kilometer	(km)	$=10^{3}$m
1	decimeter	(dm)	$=10^{-1}$m
1	centimeter	(cm)	$=10^{-2}$m
1	millimeter	(mm)	$=10^{-3}$m
1	micrometer	(μm)	$=10^{-6}$m
1	nanometer	(nm)	$=10^{-9}$m
1	angstrom	(Å)	$=10^{-10}$m
1	picometer	(pm)	$=10^{-12}$m
1	femtometer	(fm)	$=10^{-15}$m

number	prefix	Abbreviation
10^{18}	exa-	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera-	T
10^{9}	giga-	G
10^{6}	mega-	M
10^{3}	kilo-	K
10^{-2}	centi-	C
10^{-3}	milli-	M
10^{-6}	micro-	μ
10^{-9}	nano-	N
10^{-12}	pico-	P
10^{-15}	femto-	F
10^{-18}	atto-	A

(3)

1.2 Vector and Scalar

جميع الكميات الفيزيائية (أساسية أو مشتقة) يمكن تقسيمها إلى نوعين، الأول الكمية ***القياسية scalar*** و***الثانية الكمية المتجهة vector*** الكمية القياسية يمكن تحديدها **بمقدارها فقط، مثل أن تقول أن كتلة جسم 5kg. أما الكمية المتجهة تحتاج إلى أن تحدد** اتجاهها بالإضافة إلى مقدارها، مثل سرعة الرياح 10km/h غرباً.

في الجدول التالي قائمة ببعض الكميات القياسية والكميات المتجهة.

Vector Quantity	Scalar Quantity
Displacement	Length
Velocity	Mass
Force	Speed
Acceleration	Power
Field	Energy
Momentum	Work

الازاحه

التعجيل

الزخم

Coordinate system

نحتاج في حياتنا العملية إلى تحديد موقع جسم ما في الفراغ سواء كان ساكنا أم متدركا، ولتحديد موقع هذا الجسم فإننا نستعين بما يعرف بالإحداثيات *Coordinates*، و هناك نوعان من الإحداثيات التي سوف نستخدمها في هذا الكتاب وهما *Rectangular coordinates* و *polar coordinates*.

1.2.1 The rectangular coordinates

The rectangular coordinate system in two dimensions is shown in Figure 1.1. This coordinate system is consist of a fixed reference point (0,0) which called the origin. A set of axis with appropriate scale and label.

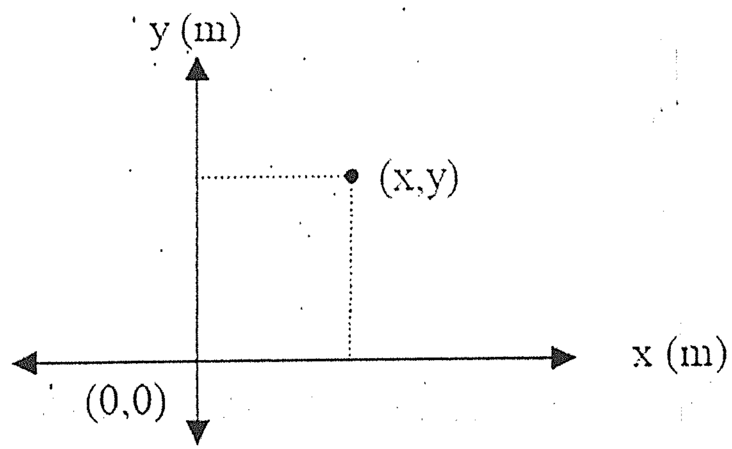


Figure 1.1

1.2.2 The polar coordinates

Sometimes it is more convenient to use the polar coordinate system (r,θ), where r is the distance from the origin to the point of rectangular coordinate (x,y), and θ is the angle between r and the x axis.

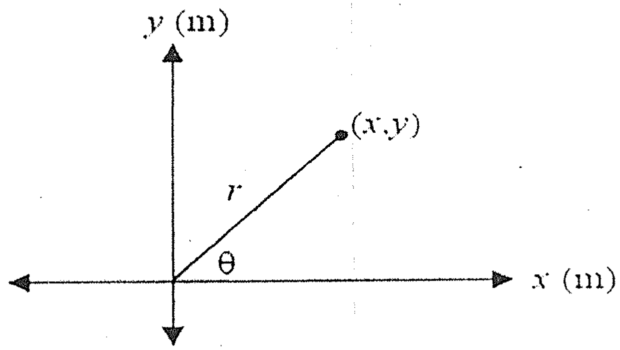


Figure 1.2

1.2.3 The relation between coordinates

The relation between the rectangular coordinates (x,y) and the polar coordinates (r,θ) is shown in Figure 1.3, where.

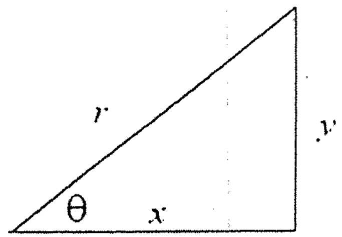


Figure 1.3

$$x = r\cos\theta \qquad (1.1)$$

And

$$y = r\sin\theta \qquad (1.2)$$

Squaring and adding equations (1.1) and (1.2) we get

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad (1.3)$$

Dividing equation (1.1) and (1.2) we get

$$\tan\theta = \frac{x}{y} \qquad (1.4)$$

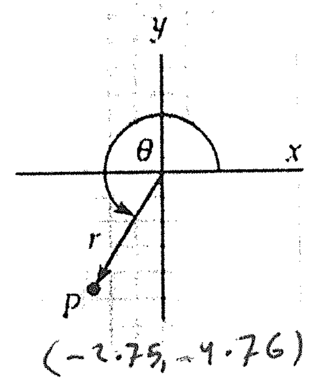
Example

The polar coordinates of a point are r = 5.5m and θ =240°. What are the Cartesian coordinates of this point?

Solution

$x = r\cos\theta = 5.5 \times \cos 240° = -2.75$ m

$y = r\sin\theta = 5.5 \times \sin 240° = -4.76$ m



1.3 Properties of Vectors

1.8.1 Vector addition

Only vectors representing the same physical quantities can be added. To add vector $\bar{A}$ to vector $\bar{B}$ as shown in Figure 1.5, the resultant vector $\bar{R}$ is

$$\bar{R} = \bar{A} + \bar{B} \qquad (1.5)$$

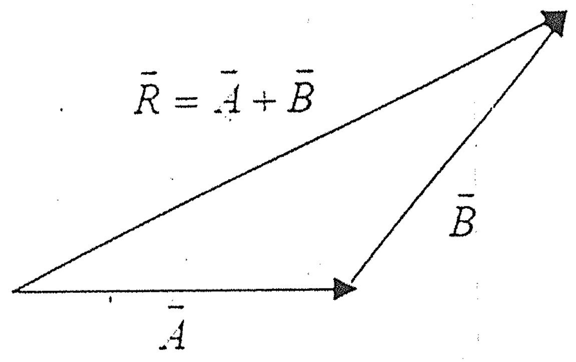


Figure 1.5

تحقق

Notice that the vector addition obeys the commutative law. *i.e.*

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A} \qquad (1.6)$$

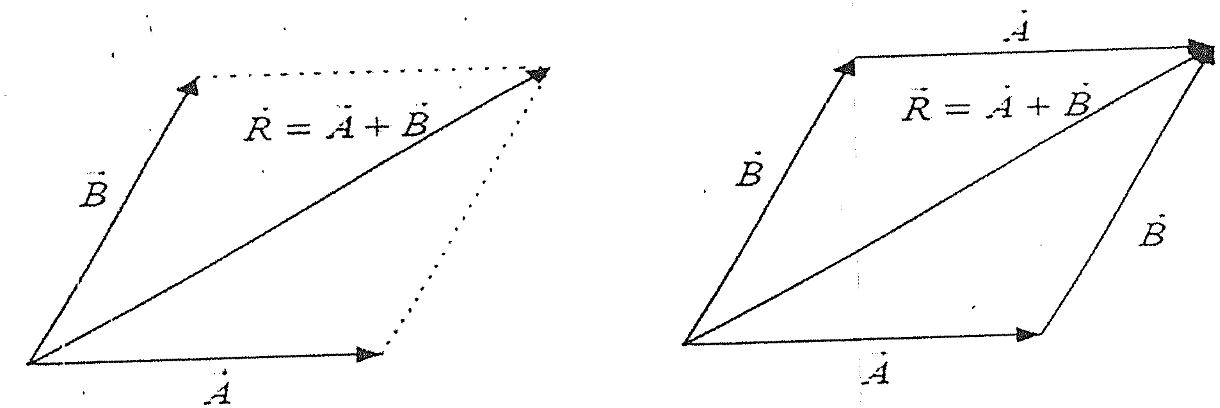


Figure 1.6

Notice that the vector addition obeys the associative law. *i.e.*

$$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} \qquad (1.7)$$

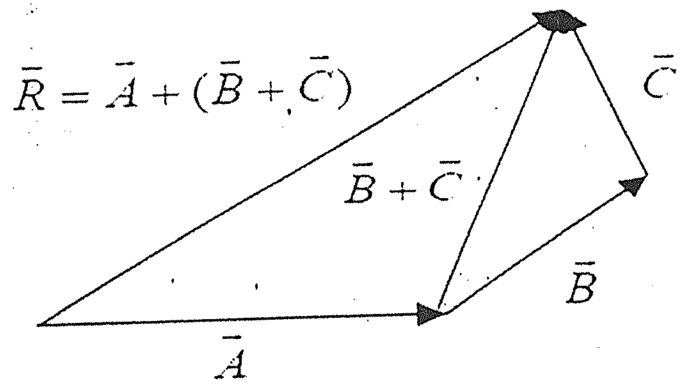


Figure 1.7

1.3.2 Vector subtraction

The vector subtraction $\bar{A}-\bar{B}$ is evaluated as the vector subtraction *i.e.*

$$\bar{A}-\bar{B}=\bar{A}+(-\bar{B}) \qquad (1.8)$$

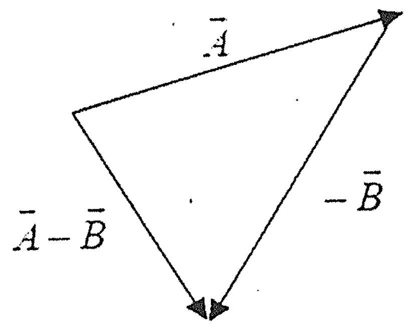


Figure 1.8

where the vector $-\bar{B}$ is the negative vector of $\bar{B}$

$$\bar{B}+(-\bar{B})=0 \qquad (1.9)$$

1. 4 The unit vector

مقدار

A unit vector is a vector having a magnitude of unity and its used to describe a direction in space.

المتجه $\bar{A}$ يمكن تمثيله بمقدار المتجه A ضرب متجه الوحدة a كالتالي

$$\bar{A}=a\,A \qquad (1.10)$$

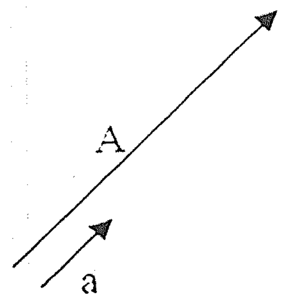


Figure 1.9

كذلك يمكن تمثيل متجهات وحدة (i, j, k) لمحاور الإسناد المتعامدة rectangular (x, y, z) coordinate system كما في الشكل التالي:-

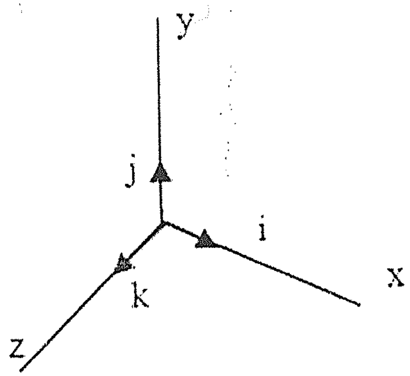


Figure 1.10

i ≡ a unit vector along the x-axis
j ≡ a unit vector along the y-axis
k ≡ a unit vector along the z-axis

مكونات متجهات

1. 5 Components of a vector

Any vector $\bar{A}$ lying in xy plane can be resolved into two components one in the x-direction and the other in the y-direction as shown in Figure 1.11

$$A_x = A\cos\theta \qquad (1.11)$$

$$A_y = A\sin\theta \qquad (1.12)$$

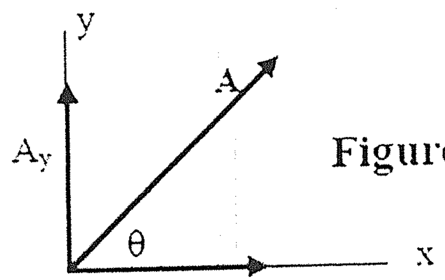


Figure 1.11

عند التعامل مع عدة متجهات فإننا نحتاج إلى تحليل كل متجه إلى مركباته بالنسبة إلى محاور الإسناد (x,y) مما يسهل إيجاد المحصلة بدلاً من استخدام الطريقة البيانية لإيجاد المحصلة.

The magnitude of the vector $\bar{A}$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad (1.13)$$

The direction of the vector to the x-axis

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x} \qquad (1.14)$$

A vector $\bar{A}$ lying in the xy plane, having rectangular components A_x and A_y can be expressed in a unit vector notation

$$\bar{A} = A_x i + A_y j \qquad (1.15)$$

ملاحظة: يمكن استخدام طريقة تحليل المتجهات في جمع متجهين $\bar{A}$ و $\bar{B}$ كما في الشكل التالي:

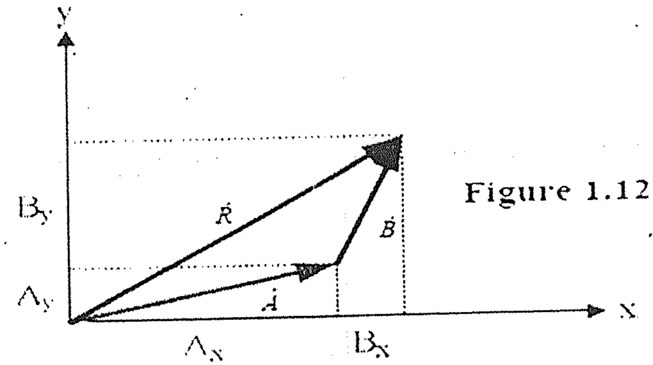


Figure 1.12

$$\bar{A} = A_x i + A_y j$$
$$\bar{B} = B_x i + B_y j$$

$$\bar{R} = \bar{A} + \bar{B} = (A_x + B_x)i + (A_y + B_y)j$$

Example 1.5

Find the sum of two vectors $\bar{A}$ and $\bar{B}$ given by

$$\bar{A} = 3i + 4j \qquad \text{and} \qquad \bar{B} = 2i - 5j$$

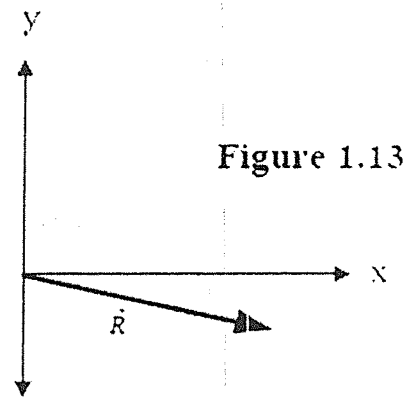


Figure 1.13

Solution

Note that A_x=3, A_y=4, B_x=2, and B_y=-5

$$\bar{R} = \bar{A} + \bar{B} = (3+2)i + (4-5)j = 5i - j$$

The magnitude of vector $\bar{R}$ is

$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26} = 5.1$$

The direction of $\bar{R}$ with respect to x-axis is

$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1}\frac{-1}{5} = -11^\circ$$

Example 1.6

The polar coordinates of a point are r=5.5m and θ=240°. What are the rectangular coordinates of this point?

Solution

$$x = r\cos\theta = 5.5 \times \cos 240 = -2.75\ \text{m}$$

$$y = r\sin\theta = 5.5 \times \sin 240 = -4.76\ \text{m}$$

Example 1.7

Vector $\bar{A}$ is 3 units in length and points along the positive x axis. Vector $\bar{B}$ is 4 units in length and points along the negative y axis. Use graphical methods to find the magnitude and direction of the vector (a) $\bar{A}+\bar{B}$, (b) $\bar{A}-\bar{B}$

Solution

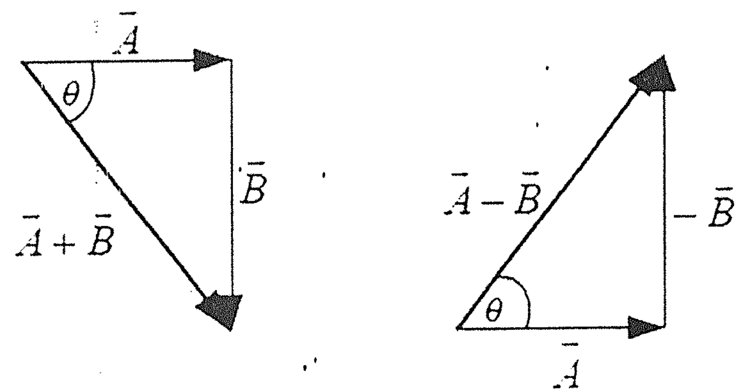


Figure 1.14

$|\bar{A}+\bar{B}| = 5$ $\quad$ $|\bar{A}-\bar{B}| = 5$

θ = -53° $\quad$ θ = 53°

Example 1.8

Two vectors are given by $\bar{A} = 3i - 2j$ and $\bar{B} = -i - 4j$. Calculate (a) $\bar{A} + \bar{B}$, (b) $\bar{A} - \bar{B}$, (c) $|\bar{A} + \bar{B}|$, (d) $|\bar{A} - \bar{B}|$, and (e) the direction of $\bar{A} + \bar{B}$ and $|\bar{A} - \bar{B}|$.

Solution

(a) $\bar{A} + \bar{B} = (3i - 2j) + (-i - 4j) = 2i - 6j$

(b) $\bar{A} - \bar{B} = (3i - 2j) - (-i - 4j) = 4i + 2j$

(c) $|\bar{A} + \bar{B}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = 6.32$

(d) $|\bar{A} - \bar{B}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4.47$

(e) For $\bar{A} + \bar{B}$, $\theta = \tan^{-1}(-6/2) = -71.6^\circ = 288^\circ$

For $\bar{A} - \bar{B}$, $\theta = \tan^{-1}(2/4) = 26.6^\circ$

1.6 Product of a vector

There are two kinds of vector product the first one is called scalar product or dot product because the result of the product is a scalar quantity. The second is called vector product or cross product because the result is a vector perpendicular to the plane of the two vectors.

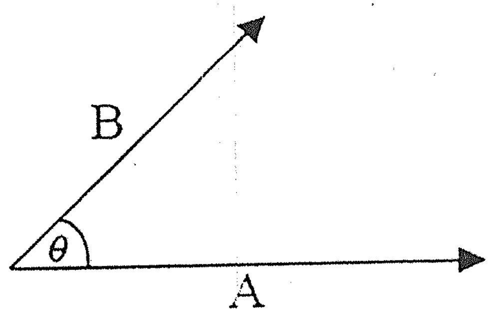


Figure 1.15

ينتج من الضرب القياسي كمية قياسية وينتج من الضرب الإتجاهي كمية متجهة

1.6.1 The scalar product

يعرف الضرب القياسي scalar product بالضرب النقطي dot product وتكون نتيجة الضرب القياسي لمتجهين كمية قياسية، وتكون هذه القيمة موجبة إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين 0 و 90 درجة وتكون النتيجة سالبة إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين 90 و 180 درجة وتساوي صفرا إذا كانت الزاوية 90.

$\bar{A}.\bar{B} =$ +ve when $0 \geq \theta > 90^\circ$

$\bar{A}.\bar{B} =$ -ve when $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$

$\bar{A}.\bar{B} =$ zero when $\theta = 90^\circ$

يعرف الضرب القياسي لمتجهين $\bar{A}.\bar{B}$ بحاصل ضرب مقدار المتجه الأول $\bar{A}$ في مقدار المتجه الثاني $\bar{B}$ في جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما.

$$\bar{A}.\bar{B} = |A||B|\cos\theta \qquad (1.16)$$

يمكن إيجاد قيمة الضرب القياسي لمتجهين باستخدام مركبات كل متجه كما يلي:

$$\bar{A} = A_x i + A_y j + A_z k \qquad (1.17)$$

$$\bar{B} = B_x i + B_y j + B_z k \qquad (1.18)$$

The scalar product is

$$\bar{A}.\bar{B} = (A_x i + A_y j + A_z k).(B_x i + B_y j + B_z k) \qquad (1.19)$$

بضرب مركبات المتجه $\bar{A}$ في مركبات المتجه $\bar{B}$ ينتج التالي:

$$\begin{aligned}\bar{A}.\bar{B} = (&A_x i.B_x i + A_x i.B_y j + A_x i.B_z k \\ &+ A_y j.B_x i + A_y j.B_y j + A_y j.B_z k \\ &+ A_z k.B_x i + A_z k.B_y j + A_z k.B_z k)\end{aligned} \qquad (1.20)$$

Therefore

$$\therefore \vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \tag{1.21}$$

The angle between the two vectors is

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|A||B|} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|A||B|} \tag{1.22}$$

Also note that:

$$\overrightarrow{A}.\vec{A} = |\vec{A}|\ |\vec{A}| = A^2$$

Another not:

$$\hat{\imath}.\hat{\imath} = \hat{\jmath}.\hat{\jmath} = \hat{k}.\hat{k} = 1$$

$$\hat{\imath}.\hat{\jmath} = \hat{\jmath}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{\jmath} = 0$$

Example 1.11

Find the angle between the two vectors

$$\bar{A} = 2i + 3j + 4k, \quad \bar{B} = i - 2j + 3k$$

Solution

$$\cos\theta = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|A||B|}$$

$$A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = (2)(1)+(3)(-2)+(4)(3)=8$$

$$|A| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

$$|B| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14}$$

$$\cos\theta = \frac{8}{\sqrt{29}\sqrt{14}} = 0.397 \Rightarrow \theta = 66.6^{o}$$

1. 6 .2 The vector product

يعرف الضرب الاتجاهي *vector product* بـ *cross product* وتكون نتيجة الضرب الاتجاهي لمتجهين كمية متجهة. قيمة هذا المتجه $\bar{C} = \bar{A} \times \bar{B}$ واتجاهه عمودي على كل من المتجهين $\bar{A}$ و $\bar{B}$ وفي اتجاه دوران بريمة من المتجه $\bar{A}$ إلى المتجه $\bar{B}$ كما في الشكل التالي:

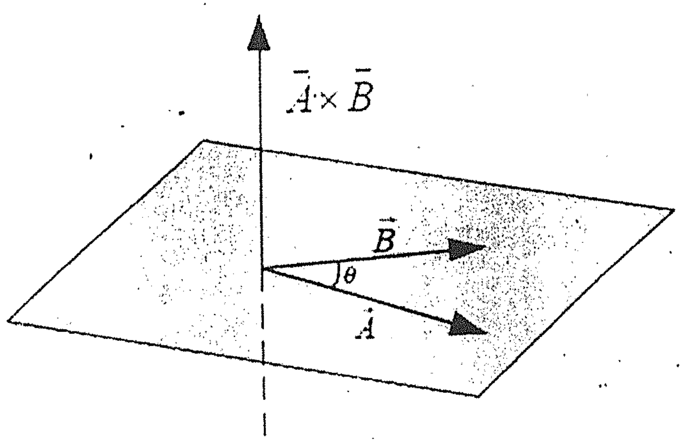


Figure 1.16

$$\bar{A} \times \bar{B} = AB \sin\theta \qquad (1.23)$$

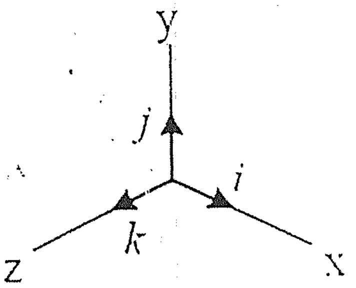
$$\bar{A} \times \bar{B} = (A_x i + A_y j + A_z k) \times (B_x i + B_y j + B_z k) \qquad (1.24)$$

To evaluate this product we use the fact that the angle between the unit vectors i, j, k is 90°.

$i \times i = 0 \qquad i \times j = k \qquad i \times k = -j$

$j \times j = 0 \qquad j \times k = i \qquad j \times i = -k$

$k \times k = 0 \qquad k \times i = j \qquad k \times j = -i$



$$\bar{A} \times \bar{B} = (A_y B_z - A_z B_y)i + (A_z B_x - A_x B_z)j + (A_x B_y - A_y B_x)k \qquad (1.25)$$

If $\bar{C} = \bar{A} \times \bar{B}$, the components of $\bar{C}$ are given by

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$
$$C_y = A_z B_x - A_x B_z$$
$$C_z = A_x B_y - A_y B_x$$

Note that: $\vec{A} \times \overrightarrow{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$

But $\vec{A} \times \overrightarrow{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

Another note: $\vec{C} \times (\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}) = \vec{C} \times \vec{A} \cancel{\times} + \vec{C} \times \vec{B}$

Example 1.12

If $\overline{C} = \bar{A} \times \bar{B}$, where $\bar{A} = 3i - 4j$. and $\bar{B} = -2i + 3k$. what is $\bar{C}$?

Solution

$$\bar{C} = \bar{A} \times \bar{B} = (3i - 4j) \times (-2i + 3k)$$

which. by distributive law. becomes

$$\bar{C} = -(3i \times 2i) + (3i \times 3k) + (4j \times 2i) - (4j \times 3k)$$

Using equation (123) to evaluate each term in the equation above we get

$$\bar{C} = 0 - 9j - 8k - 12i = -12i - 9j - 8k$$

The vector $\bar{C}$ is perpendicular to both vectors $\bar{A}$ and $\bar{B}$.

فيزياء رياضية
(٢)

Lecture-2

KINEMATICS DESCRIPTION OF MOTION

2.1 The position vector and the displacement vector
2.2 The average velocity and Instantaneous velocity
2.3 The average acceleration and Instantaneous acceleration
2.4 One-dimensional motion with constant acceleration
2.5 Application of one-dimensional motion with constant acceleration
2.5.1 Free Fall

2.1 The position vector and the displacement vector

من أساسيات دراسة علم وصف الحركة الكينماتيكا ***Kinematics*** للأجسام المادية هو دراسة كل من الإزاحة ***Displacement*** والسرعة ***Velocity*** والتعجيل ***Acceleration***. ونحتاج هنا إلى اعتماد محاور إسناد لتحديد موضع الجسم المتحرك عند أزمنة مختلفة ومن المناسب اعتماد محاور الإسناد الكارتيزية أو ما سميت بـ ***rectangular coordinate*** (x,y,z)، فمثلاً نحتاج إلى تحديد موقع جسم ما إلى إسناده إلى مرجعية محددة فمثلاً يمكن اعتبار متجه الموضع ***Position vector*** هو المتجه الواصل من مركز إسناد معين إلى مكان الجسم الذي يراد تحديده. كما في الشكل 2.1. حيث تم اعتبار مركز الإسناد في بعدين فقط هو مركز المحاور x, y

displacement –
velocity –
acceleration –

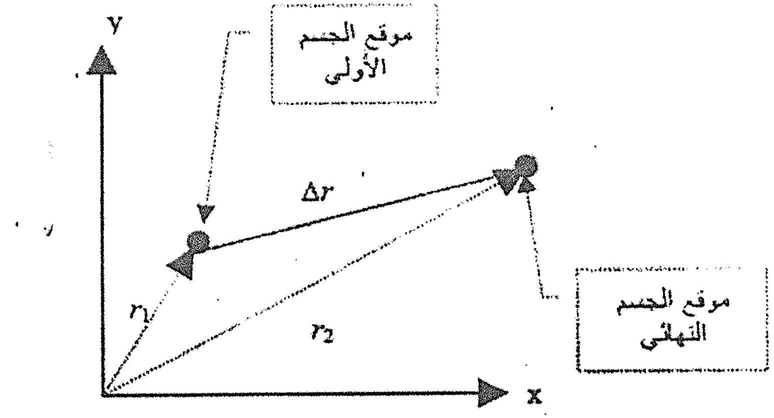
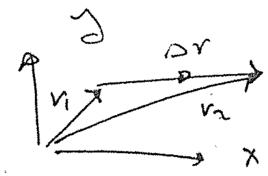


Figure 2.1



في الشكل 2.1 متجه الموضع r_1 يحدد موضع الجسم عند بداية الحركة ومتجه الموضع r_2 يحدد موقع الجسم النهائي بعد زمن وقدره $\Delta t = t_2 - t_1$ وهنا فإن الإزاحة للجسم تعطى بالمعادلة (2.3)

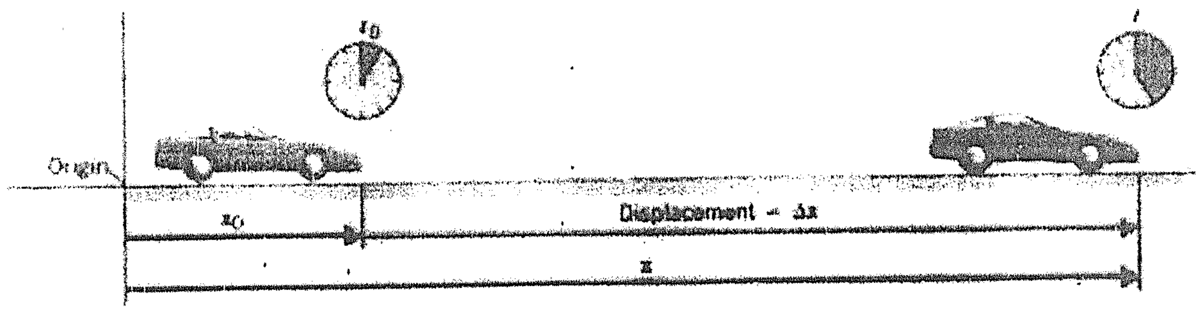
$$\vec{r_1} = x_1 i + y_2 j \qquad (2.1)$$

$$\vec{r_2} = x_2 i + y_2 j \qquad (2.2)$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1} \qquad (2.3)$$

Δr is called the displacement vector which represent the change in the position vector.

لاحظ أن الإزاحة displacement $\Delta\vec{r}$ تعتمد على المسافة بين نقطتي البداية والنهاية فقط ولا تعتمد على المسار الذي يسلكه الجسم.



Example 2.1

Write the position vector for a particle in the rectangular coordinate (x, y, z) for the points (5, -6, 0), (5, -4), and (-1, 3, 6).

Solution

For the point (5, -6, 0) the position vector is $\vec{r} = 5i - 6j$
For the point (5, -4) the position vector is $\vec{r} = 5i - 4j$
For the point (-1, 3, 6) the position vector is $\vec{r} = -i + 3j + 6k$

Example 2.2

Calculate the displacement vector for a particle moved from the point (4, 3, 2) to a point (8, 3, 6).

Solution

The position vector for the first point is $\vec{r}_1 = 4i + 3j + 2k$
The position vector for the second point is $\vec{r}_2 = 8i + 3j + 6k$
The displacement vector $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$$\therefore \Delta\vec{r} = 4i + 4k$$

Example 2.3

If the position of a particle is given as a function of time according to the equation

$$\vec{r}(t) = 3t^2 i + (3t - 2)j$$

where t in seconds. Find the displacement vector for $t_1=1$ and $t_2=8$

Solution

First we must find the position vector for the time t_1 and t_2

For t_1 $\quad \vec{r}_1(t_1) = 3i + j$

For t_2 $\quad \vec{r}_2(t_2) = 192i + 22j$

The displacement vector

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = 192i + 22j - 3i + j$$

$$\Delta\vec{r} = 189i + 21j$$

2.2 The average velocity and Instantaneous velocity

عند انتقال الجسم من موضع البداية عند الزمن t_1 إلى موضع النهاية t_2 فإن حاصل قسمة الإزاحة على فرق الزمن Δt (t_2-t_2) يعرف بالسرعة ***Velocity*** وحيث أن الجسم يقطع المسافة بسرعات مختلفة فإن السرعة المحسوبة تسمى بمتوسط السرعة ***Average velocity***. ويمكن تعريف السرعة عند أية لحظة بالسرعة اللحظية ***Instantaneous velocity***.

The *average velocity* of a particle is defined as the ratio of the displacement to the time interval.

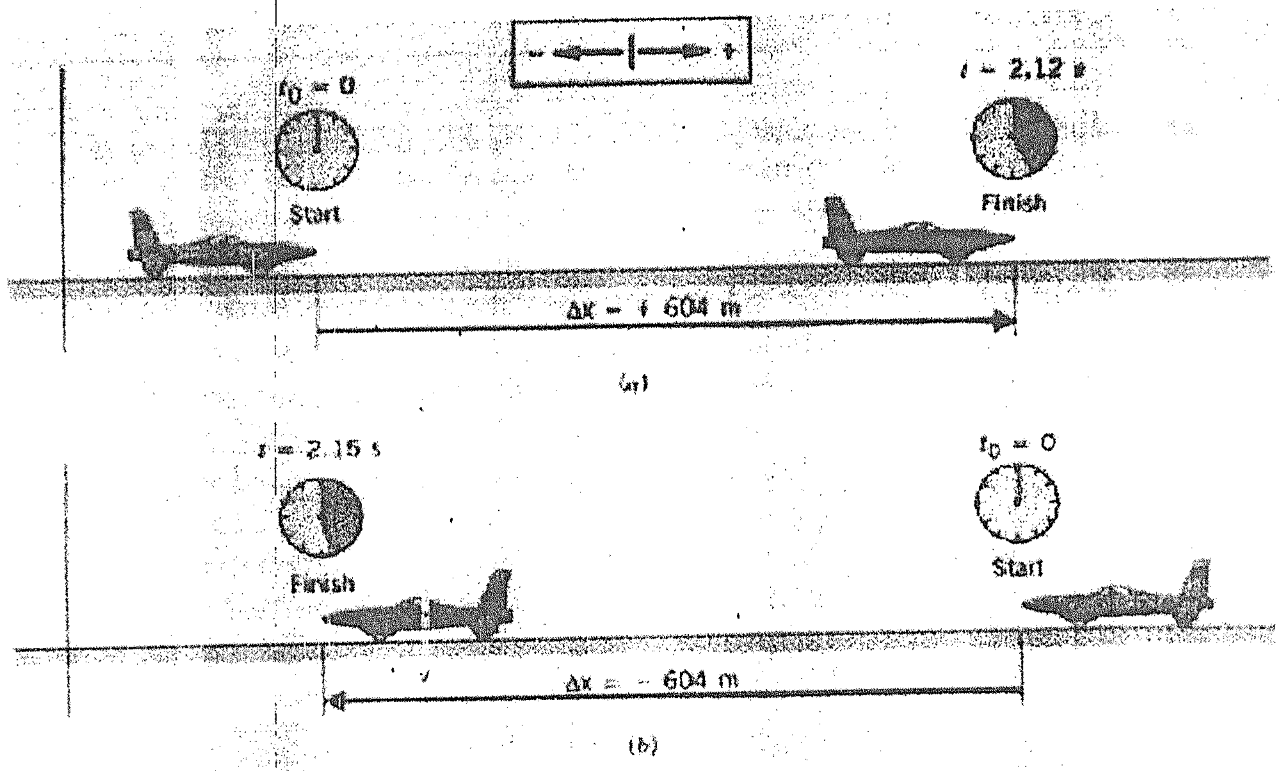
$$\bar{v}_{ave} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} \qquad (2.4)$$

The ***instantaneous velocity*** of a particle is defined as the limit of the average velocity as the time interval approaches zero.

$$\bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} \qquad (2.5)$$

$$\therefore \bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} \qquad (2.6)$$

The unit of the velocity is (m/s)



2.3 The average acceleration and Instantaneous acceleration

عند انتقال الجسم من موضع البداية عند الزمن t_1 إلى موضع النهاية t_2 بسرعة ابتدائية v_1 وعند النهاية كانت السرعة v_2 فإن معدل تغير السرعة بالنسبة إلى الزمن يعرف باسم التعجيل ***Acceleration*** أو متوسط التعجيل ***Average Acceleration***، ويكون التعجيل اللحظى ***Instantaneous acceleration*** هو السرعة اللحظية على الزمن.

The ***average acceleration*** of a particle is defined as the ratio of the change in the instantaneous velocity to the time interval.

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad (2.7)$$

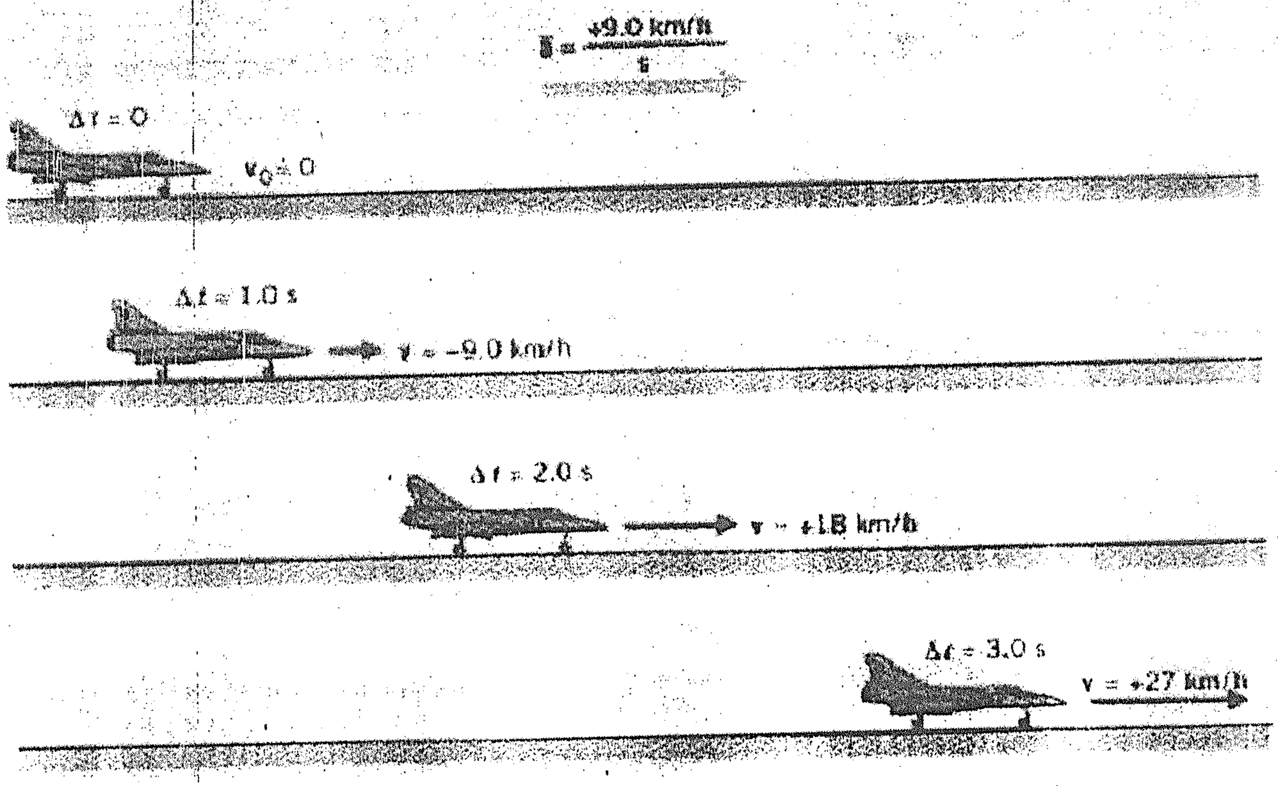
The ***instantaneous acceleration*** is defined as the limiting value of the ratio of the average velocity to the time interval as the time approaches zero.

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (2.8)$$

The unit of the acceleration is (m/s^2)

مثال

لنفترض طائرة تبدأ الحركة من السكون أي $v_o=0$ عند زمن $t_o=0$ كما في الشكل أدنـــاه. وبعد فترة زمنية قدرها 29s تصل الطائرة إلى سرعة 260k/h فإن العجلـــة المتوسـطة للطائرة هي 9km/h/s



يوضح الشكل أعلاه تأثير العجلة على زيادة سرعة الطائرة للأربع ثوان الأولى من انطلاقها حيث تكون السرعة بعد زمن قدره ثانية يساوي 9km/h وبعد زمن ثانيتين تصل السرعة إلى 18km/h وهكذا ....

Example 2.4

The coordinate of a particle moving along the x-axis depends on time according to the expression

$$x = 5t^2 - 2t^3$$

where x is in meters and t is in seconds.

1. Find the velocity and acceleration of the particle as a function of time.
2. Find the displacement during the first 2 seconds.
3. Find the velocity and acceleration of the particle after 2 seconds.

Solution

(a) The velocity and acceleration can be obtained as follow

$$v = \frac{dx}{dt} = 10t - 6t^2$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 10 - 12t$$

(b) using the equation $x = 5t^2 - 2t^3$ substitute for t=2s

$x = 4\text{m}$

(c) using the result in part (a)

$v = -4$ m/s

$a = -14$ m/s^2

Example 2.5

A man swims the length of a 50m pool in 20s and makes the return trip to the starting position in 22s. Determine his average velocity in (a) the first half of the swim. (b) the second half of the swim, and (c) the round trip.

Solution

(a) $v_1 = \dfrac{d}{t_1} = \dfrac{50}{20} = 2.5$ m/s

(b) $v_2 = \dfrac{d}{t_2} = \dfrac{-50}{22} = -2.27$ m/s

(c) Since the displacement is zero for the round trip, $v_{ave} = 0$

Example 2.6

A car makes a 200km trip at an average speed of 40 km/h. A second car starting 1h later arrives at their mutual destination at the same time. What was the average speed of the second car?

Solution

$t_1 = \dfrac{d}{v_1} = \dfrac{200}{40} = 5\text{h}$ for car 1

$t_2 = t_1 - 1 = 4\text{h}$ for car 2

$v_2 = \dfrac{d}{t_2} = \dfrac{200}{4} = 50\text{km/h}$

Example 2.7

A particle moves along the x-axis according to the equation $x=2t+3t^2$. where x is in m and t is in second. Calculate the instantaneous velocity and instantaneous acceleration at $t=3$s.

Solution

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 2+6\,(3) = 20\text{m/s}$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = 6\text{m/s}^2$$

Therefore at $t = 3$s

$v = 20$m/s

$a = 6$m/s^2

2.4 One-dimensional motion with *constant acceleration*

سندرس الآن الحركة في بعد واحد وذلك فقط عندما تكون التعجيل ثابت *constant acceleration*. وفي هذه الحالة تكون التعجيل اللحظي *Instantaneous acceleration* يساوى متوسط التعجيل *Average acceleration*. ونتيجة لذلك فإن السرعة إما أن تتزايد أو تتناقص بمعدلات متساوية خلال الحركة.

ويعبر عن ذلك رياضيا على النحو التالي:-

Instantaneous acceleration = Average acceleration

$$a = a_{ave} = \frac{v - v_o}{t - t_o} \qquad (2.9)$$

Let $t_o = 0$ then the acceleration

$$a = \frac{v - v_o}{t} \qquad (2.10)$$

or

$$v = v_0 + at \qquad (2.11)$$

من المعادلة (2.11) يمكن إيجاد السرعة v عند أي زمن t إذا عرفنا السرعة الابتدائية v_0 والتعجيل الثابت a الذي يتحرك به الجسم وإذا كان التعجيل يساوي صفراً فإن السرعة لا تعتمد على الزمن، وهذا يعني أن السرعة النهائية تساوي السرعة الابتدائية. لاحظ أيضاً أن كل حد من حدود المعادلة السابقة له بعد سرعة (m/s).

eq.(2.11) . is true only for constant acceleration and with $v = v_0$ at the initial time $t = 0$. Also, since $v = dx/dt$, we can integrate to get our second equation:

$$\int_{x_0}^{x} dx' = \int_{t_0}^{t} v(t')dt' = \int_{t_0}^{t} (v_0 + at')dt' \quad (2.12)$$

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2, \quad (2.13)$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}\left(\frac{v - v_0}{t}\right)t^2$$

assuming $t_0 = 0$. I often write this as $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$.

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}vt - \frac{1}{2}v_0 t$$

What if we don't know t? We can eliminate it by solving the first equation for t and putting it into the second equation:

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$\boxed{x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t}$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} \quad (2.14)$$

$$x - x_0 = v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 \quad (2.15)$$

$$2a(x - x_0) = 2v_0(v - v_0) + (v - v_0)^2. \quad (2.16)$$

Changing the order of the terms gives us

$$v(t)^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0). \qquad (2.17)$$

To use these equations, we first identify the known and unknown quantities.

example: Alice applies the brake in a car, starting at 100 km/hr and slowing to 80 km/hr in 88 m at a constant acceleration.

(a) What is a?

(b) How long did this take?

solution: First, identify knowns and unknowns and convert to S.I. units.

knowns	unknowns
$v_0 = 100$ km/hr $= 27.8$ m/s	$t_f = ???$
$v = 80$ km/hr $= 22.2$ m/s	$a =$ constant $= ???$
$t_0 = 0$	
$x - x_0 = 88$ m	

معقول

(a) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = -1.6$ m/s^2 (seems reasonable)

(b) $v = v_0 + at \rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = 3.5$ s

من المعادلة (2.13) نلاحظ أن المسافة المقطوعة $(x-x_o)$ تساوي المسافة المقطوعة نتيجة السرعة الابتدائية وهو الحد $v_o t$ بالإضافة إلى المسافة نتيجة للعجلة الثابتة، وهذا يظهر في الحد الأخير من المعادلة $1/2at^2$، وإن كل حد من حدود المعادلة له بعد مسافة (m).

لاحظ أيضاً أنه إذا كانت العجلة تساوي صفراً فإن المسافة المقطوعة تساوي السرعة في الزمن.

$$x - x_o = v_o t \qquad (2.18)$$

إذا كانت السرعة الابتدائية تساوي صفراً تكون المسافة المقطوعة تساوي

$$x - x_o = \frac{1}{2} a t^2 \qquad (2.19)$$

Example 2.8

A body moving with uniform acceleration has a velocity of 12cm/s when its x coordinate is 3cm. If its x coordinate 2s later is -5cm, what is the magnitude of its acceleration?

Solution

$$x = x_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$-5 = 3 + 12\times2 + 0.5\, a\, (2)^2$$

$$a = -16 \text{ cm/s}^2$$

Example 2.9

A car moving at constant speed of 30m/s suddenly stalls at the bottom of a hill. The car undergoes a constant acceleration of -2m/s^2 while ascending the hill.

1. Write equations for the position and the velocity as a function of time, taking $x=0$ at the bottom of the hill where $v_o = 30$m/s.
2. Determine the maximum distance traveled by the car up the hill after stalling.

Solution

1.

$$x = x_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = 0 + 30t - t^2$$

$$x = 30t - t^2 \text{ m}$$

$$v = v_o + at$$

$$v = 30 - 2t \text{ m/s}$$

2. x reaches a maximum when $v = 0$ then,

$v = 30 - 2t = 0$ therefore $t = 15$ s

$$x_{max} = 30t - t^2$$

$$x = 30t - t^2 = 30(15) - (15)^2 = 225\text{m}$$

2.5 Application of one-dimensional motion with constant acceleration

2.5.1 Free Fall

afreely falling ojects is any object moving freely under the influnce of gravity alone, regardless of its initial motion. objects thrown upward or downward and those released from rest are all falling once they are released. any freely falling object experiences an acceleration directed downward, regarless of its intial motion . we shall denote the magnitude of free fall acceleration by the symbol g. the value of g at the earth of the surface is $9.8 m/s^2$. g value is positive when the object move upward and negetive when the object move downward. all the objects fall toward the center of the earth see figure (2.2) thats mean downward so the value of g is negitive, the equations of motion become as follow: where $a=-g$ and $x-x_o = y-y_o$

$v = v_0 + at \Leftarrow$ $$v = v_o - g t \quad (2.20)$$

$x - x_0 + \frac{1}{2}(v+v_0)t \Leftarrow$ $$y = y_o + \frac{1}{2}(v+v_o)t \quad (2.21)$$

$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Leftarrow$ $$y = y_o + v_o t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2.22)$$

$v^2 = v_0^2 + 2a(y-y_0) \Leftarrow$ $$v^2 = v_o^2 - 2g(y-y_o) \quad (2.23)$$

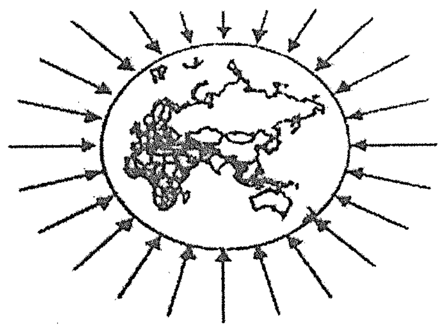
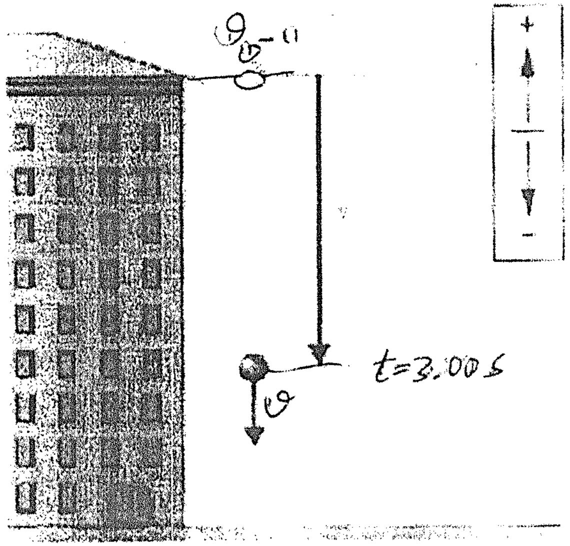


Figure 2.2

(38)

Example 2.10

A stone is dropped from rest from the top of a building, as shown in Figure 2.4. After 3s of free fall, what is the displacement y of the stone?



Solution

From equation (2.21)

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 0 + 0 - \frac{1}{2} (9.8) \times (3)^2 = -44.1\text{m}$$

$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

Example 2.11

A stone is thrown upwards from the edge of a cliff 18m high as shown in Figure 2.5. It just misses the cliff on the way down and hits the ground below with a speed of 18.8m/s.

(a) With what velocity was it released?

(b) What is its maximum distance from the ground during its flight?

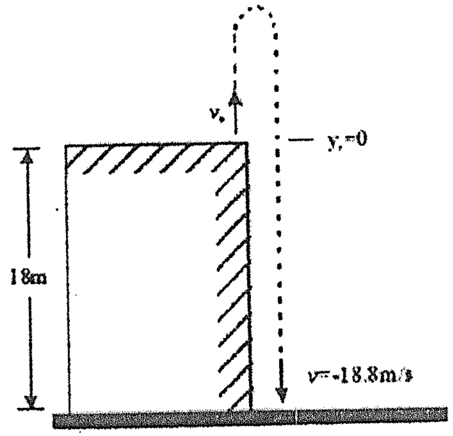


Figure 2.5

Solution

Let $y_o = 0$ at the top of the cliff.

(a) From equation

$$v^2 = v_o^2 - 2g\,(y-y_o)$$

$$(18.8)^2 = v_o^2 - 2\times9.8\times18$$

$$v_o^2 = 0.8 \text{ m/s}$$

(b) The maximum height reached by the stone is h ⇒ اضافي

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{18.8}{2\times9.8} = 18 \text{ m}$$

$$= \frac{(18.8)^2}{19.6} = 18\text{ m}$$

(40)

Lecture-3

Motion in two dimension and the motion in uniform circle

2.6 Motion in two dimensions

Motion in two dimensions like the motion of projectiles and satellites and the motion of charged particles in electric fields. Here we shall treat the motion in plane with constant acceleration and uniform circular motion.

درسنا في الفصل السابق الحركة في بعد واحد أي عندما يتحرك الجسم في خط مستقيم على محور x أو أن يسقط الجسم سقوطا حرا في محور y، سندرس الآن حركة جسم في بعدين أي في كل من x,y مثل حركة المقذوفات حيث يكون للإزاحة والسرعة مركبتان في اتجاه المحور x والمحور y.

2.7 Motion in two dimension with constant acceleration

Assume that the magnitude and direction of the acceleration remain unchanged during the motion.

The position vector for a particle moving in two dimensions (xy plane) can be written as

$$r = x_i + y_j \qquad (2.23)$$

where x, y, and r change with time as the particle moves

The velocity of the particle is given by

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j \qquad (2.24)$$

$$v = v_x i + v_y j \qquad (2.25)$$

Since the acceleration is constant then we can substitute

$$v_x = v_{xo} + a_x t \qquad v_y = v_{yo} + a_y t$$

this give

$$v = (v_{xo} + a_x t)i + (v_{yo} + a_y t)j$$

$$= (v_{xo}\, i + v_{yo}\, j) + (a_x\, i - a_y j)\, t$$

then

$$v = v_o + a\, t \qquad (2.26)$$

من المعادلة (2.26) نستنتج أن سرعة جسم عند زمن محدد t يساوى الجمــع الاتجــاهى للسرعة الابتدائية والسرعة الناتجة من العجلة المنتظمة.

Since our particle moves in two dimension x and y with constant acceleration then

$$x = x_o + v_{xo}\, t + \frac{1}{2}\, a_x\, t^2 \quad \& \quad y = y_o + v_{yo}\, t - \frac{1}{2}\, a_y\, t^2$$

but

$$r = xi + yj$$

$$r = (x_o + v_{xo}\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2)i + (y_o + v_{yo}\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2)j$$

$$= (x_o\, i + y_o\, j) + (v_{xo} i + v_{yo} j)t + \frac{1}{2}\, (a_x i + a_y j)t^2$$

$$r = r_o + v_o t + \frac{1}{2} a\, t^2 \qquad (2.27)$$

من المعادلة (2.27) نستنتج أن متجه الإزاحة $r-r_o$ هو عبارة عن الجمع الإتجاهى لمتجه الإزاحة الناتج عن السرعة الابتدائية $v_o t$ والإزاحة الناتجة عن العجلة المنتظمة $\frac{1}{2}\, a\, t^2$.

2.8 Projectile motion

تعتبر حركة المقذوفات *Projectile motion* من الأمثلة على الحركة في بعدين، وسوف نقوم بإيجاد معادلات الحركة للمقذوفات لتحديد الإزاحة الأفقية والرأسية والسرعة والعجلة من خلال العديد من الأمثلة.

Example 2.13

A good example of the motion in two dimension it the motion of projectile. To analyze this motion lets assume that at time $t=0$ the projectile start at the point $x_o=y_o=0$ with initial velocity v_o which makes an angle θ_o. as shown in Figure 2.5.

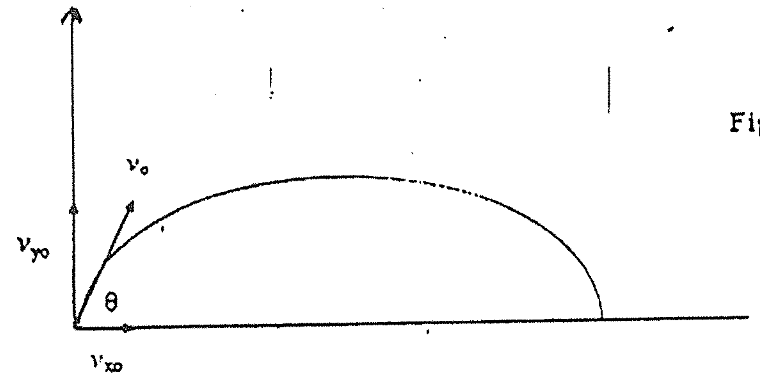


Figure 2.5

then

$$v_x = v_{xo} = v_o\cos\theta_o = \text{constant}$$

$$v_y = v_{yo} - gt = v_o\sin\theta_o - gt$$

$$x = v_{xo}\, t = (v_o\cos\theta_o)t \qquad (2.28)$$

$$y = v_{yo}\, t - \frac{1}{2} g t^2 = (v_o\sin\theta_o)t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (2.29)$$

2.8.1 Horizontal range and maximum height of a projectile

It is very important to work out the range (R) and the maximum height (h) of the projectile motion.

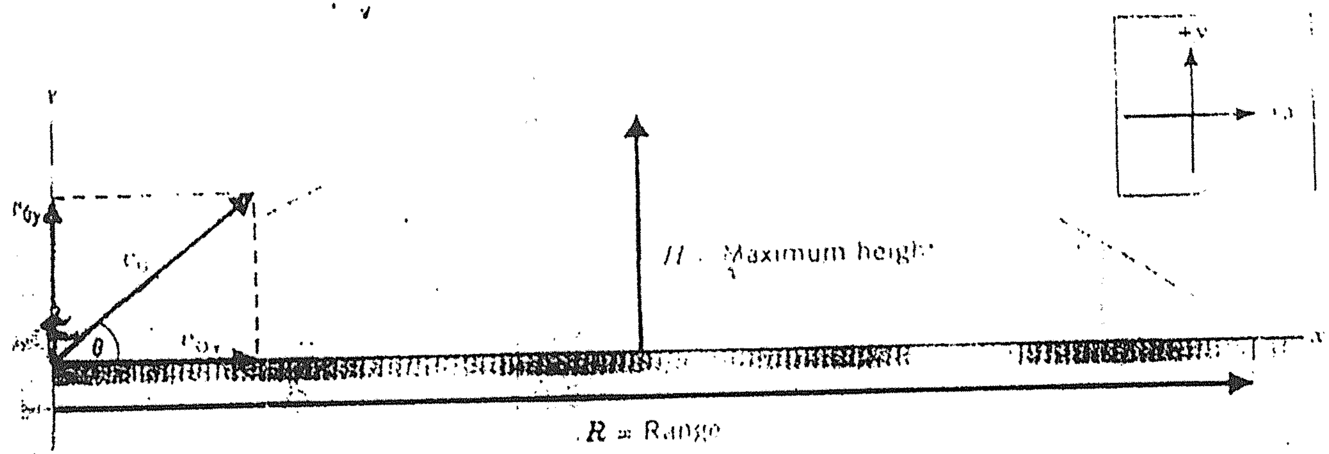


Figure 2.6

To find the maximum height h we use the fact that at the maximum height the vertical velocity $v_y=0$

by substituting in equation

$$v_y = v_o \sin\theta_o - gt \tag{2.30}$$

$$t_1 = \frac{v_o \sin\theta_o}{g} \tag{2.31}$$

To find the maximum height h we use the equation

$$y = (v_o \sin\theta_o)t - \frac{1}{2} g t^2 \tag{2.32}$$

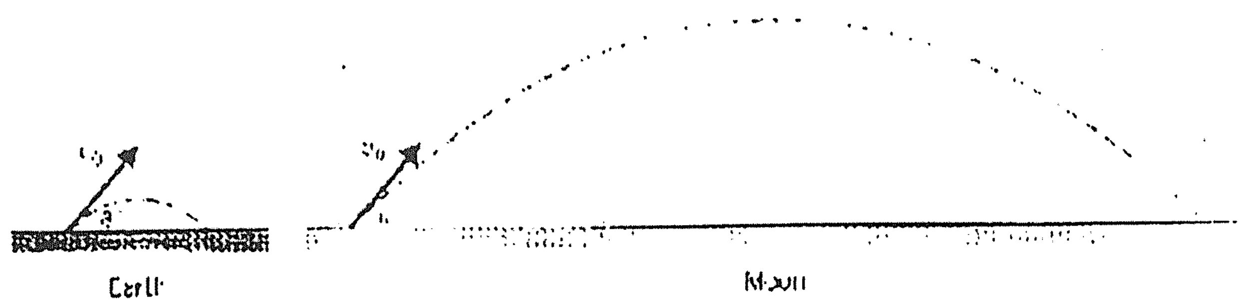
(Y 5/

by substituting for the time t_1 in the above equation

$$h = (v_o \sin\theta_o)\,\frac{v_o \sin\theta_o}{g} - \frac{1}{2}\,g\left(\frac{v_o \sin\theta_o}{g}\right)^2 \qquad (2.33)$$

$$h = \frac{v_o^2 \sin^2\theta_o}{2\,g} \qquad (2.34)$$

من المعادلة (2.34) نلاحظ أقصى لرتفاع يصل إليه الجسم المتحرك في بعدين كحركة المقذوفات على عجلة الجانبية، و عليه فإن المقذوفات على سطح القمر تأخذ مساراً ذا مدى و ارتفاع أكبر منه على سطح الأرض كما في الشكل أدناه.



Example 2.14

A long-jumper leaves the ground at an angle of 20° to the horizontal and at a speed of 11 m/s. (a) How far does he jump? (b) The maximum height reached?

x

Solution

$x = v_{0x} t$

$x = v_0 t \cos\theta$

(a) $x = (v_o \cos\theta_o)t = (11 \times \cos 20)\, t$

x can be found if t is known, from the equation

$$v_y = v_o \sin\theta_o - gt$$

$$0 = 11 \sin 20 - 9.8\, t_1$$

$t_1 = 0.384$ s where t_1 is the time required to reach the top then $t = 2t_1$

$$t = 0.768 \text{ s}$$

therefore $\quad x = 7.94$ m

(b) The maximum height reached is found using the value of t_1=0.384s

$$y_{max} = (v_o \sin\theta_o)t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$y_{max} = 0.722 \text{ m}$$

(47)

Example 2.15

A ball is projected horizontally with a velocity v_o of magnitude .5m/s Find its position and velocity after 0.25s

Solution

Here we should note that the initial angle is 0. The initial vertical velocity component is therefore 0. The horizontal velocity component equals the initial velocity and is constant.

$$x = v_o t = 5 \times 0.25 = 1.25 \text{ m}$$

$$y = -1/2\, g\, t^2 = -0.306 \text{ m}$$

the distance of the projectile is given by

$$|v|\ \cancel{r} = \sqrt{x^2 + y^2} = 1.29 \text{ m}$$

The component of velocity are

$$v_x = v_o = 5 \text{ m/s}$$

$$v_y = -g\, t = -2.45 \text{ m/s}$$

The resultant velocity is given by

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5.57 \text{ m/s}$$

The angle θ is given by

$$\theta = \tan^{-1} \frac{v_y}{v} = -26.1^\circ$$

Example 2.18

In Figure 2.9 shown below where will the ball hit the wall

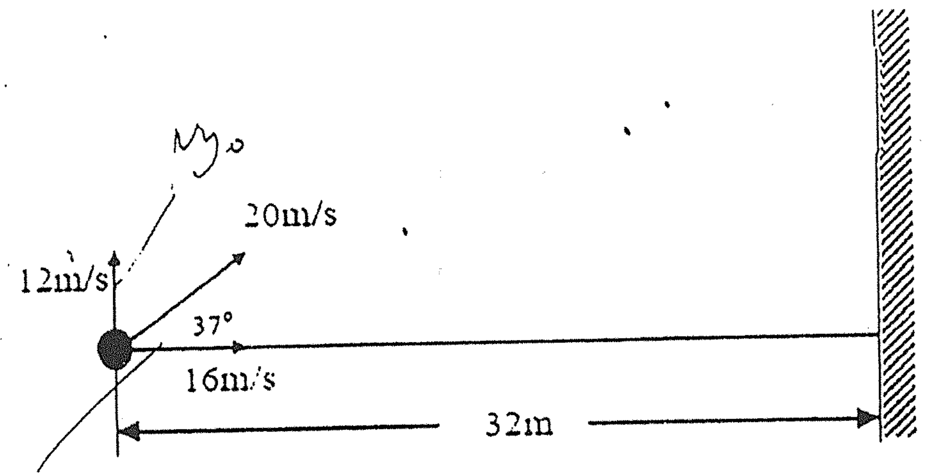


Figure 2.9

Solution

$v_x = v_{xo} = 16\text{m/s}$

$x = 32\text{m}$

Then the time of flight is given by

$x = vt \quad \Longrightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{32}{16} = 2s$

$t = 2\text{s}$

To find the vertical height after 2s we use the relation

$y = v_{yo}\, t - \frac{1}{2} g t^2$

Where $v_{yo} = 12\text{m/s}$. $t = 2\text{s}$

$y = 4.4\text{m}$

$y = 12\text{m/s} - \frac{1}{2}\, 9.8\,(2)^2$

$y = 4.4\text{m}$

Since y is positive value, therefore the ball hit the wall at 4.4m from the ground

To determine whether the ball is going up of down we estimate the velocity and from its direction we can know

$$v_y = v_{yo} - gt$$

$$v_y = -7.6 \text{m/s}$$

Since the final velocity is negative then the ball must be going down.

Example 2.20

(0,0)

A particle initially located at the origin has an acceleration of $a = 3j$ m/s^2 and an initial velocity of $v_o = 5i$ m/s. Find (a) the vector position and velocity at any time t and (b) the coordinates and speed of the particle at $t = 2$ s.

Solution

Given $\quad a = 3j \text{ m/s}^2 \qquad v_o = 5i \text{ m/s} \qquad r_o = 0i + 0j$

(a) $r = r_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2 = (5ti + 1.5 t^2 j)$ m $\Rightarrow$ $r = 0 + 5i\, t + \frac{3}{2} t^2_3$

position

$v = v_o + at = (5i + 3tj)$ m/s

velocity

(b) At $t = 2$ s, we find

$$r = 5(2)i + 1.5(2)2j = (10i + 6j)\text{ m}$$

That is,

$$(x, y) = (10\text{ m}, 6\text{ m})$$

$$v = 5i + 3(2)j = (5i + 6j)\text{ m/s}$$

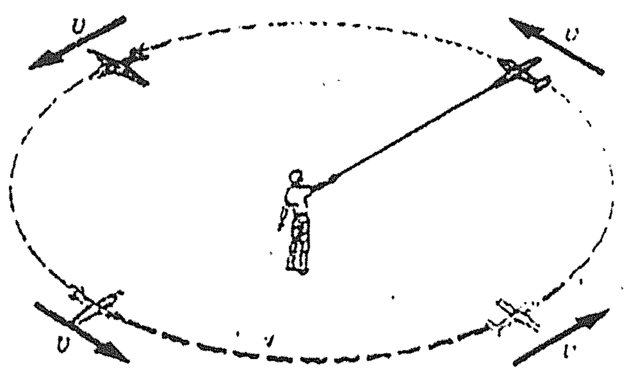
so

$$v = |v| = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}} = 7.81\text{ m/s}$$

$(5)^2 + (6)^2$

2.9 Motion in Uniform Circular Motion

من الممكن أن يتحرك جسم على مسار دائري بسرعة خطية ثابتة *linear constant speed*. قد يخطر لنا الآن أن العجلة في هذه الحالة تساوى صفرا، وذلك لأن السرعة ثابتة، وهذا غير صحيح لأن الجسم يتحرك على مسار دائري لذا توجد عجلة. ولشرح ذلك نحن نعلم أن السرعة كمية متجه، والعجلة هي عبارة عن كمية متجه لأنها تساوى معدل التغير في السرعة بالنسبة للزمن، والتغير في السرعة قد يكون في المقدار أو في الاتجاه. وفي حالة حركة الجسم على مسار دائري فإن العجلة لا تؤثر على مقدار السرعة إنما تغير من اتجاه السرعة، ولهذا فإن الجسم يتحرك على مسار دائري وبسرعة ثابتة. يكون متجه السرعة دائما عموديا على نصف القطر وفى اتجاه المماس عند أية نقطة على المسار الدائري كما في الشكل 2.11.



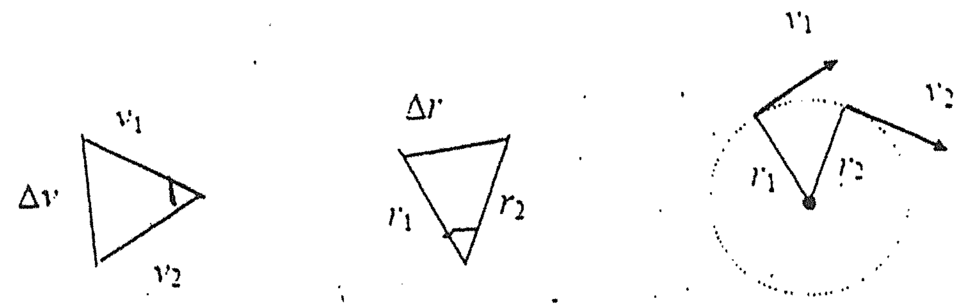


Figure 2.11

$$\frac{\Delta v}{\Delta r} = \frac{v}{r} \qquad (2.35)$$

$$\Delta v = \frac{v}{r} \Delta r \qquad (2.36)$$

Divide both sides by Δt

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta r}{\Delta t} \qquad (2.37)$$

$$a = \frac{v}{r} v = \frac{v^2}{r} \qquad (2.38)$$

$$a_{\perp} = \frac{v^2}{r} \qquad (2.39)$$

Example 2.22

A particle moves in a circular path 0.4m in radius with constant speed. If the particle makes five revolution in each second of its motion. find (a) the speed of the particle and (b) its acceleration.

Solution

(a) Since r=0.4m, the particle travels a distance Of $2\pi r$ = 2.51m in each revolution. Therefore, it travels a distance of 12.57m in each second (since it makes 5 rev. in the second).

$$v = 12.57\text{m}/1\text{sec} = 12.6 \text{ m/s}$$

$V.t = 2\pi r$

(b) $a_{\perp} = \dfrac{v^2}{r} = 12.6/0.4 = 395\text{m/s}^2$

السرعة = الإزاحة / الزمن

الإزاحة = محيط الدائرة

$2\pi r = 2*3.14*0.4$

= 2.51 m

الإزاحة = 2.51*5 m

= 12.57 m/s

(54)

Example 2.23

A train slows down as it rounds a sharp horizontal turn. slowing from 90km/h to 50km/h in the 15s that it takes to round the bend. The radius of the curve is 150m. Compute the acceleration at the train.

Solution

يجب تحويل السرعة من وحدة km/h إلى وحدة m/s كالتالي:-

$$50km/h = \left(50\frac{km}{h}\right)\left(10^3\frac{m}{km}\right)\left(\frac{1h}{3600s}\right) = 13.89m/s$$

$$90km/h = \left(90\frac{km}{h}\right)\left(10^3\frac{m}{km}\right)\left(\frac{1h}{3600s}\right) = 25m/s$$

when v=13.89m/s

$$a_{\perp} = \frac{v^2}{r} = \frac{13.89}{150} = 1.29m/s^2$$

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{13.89-25}{15s} = -0.741m/s^2$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(1.29)^2 + (-0.741)^2} = 1.48m/s^2$$

Lecture-4
Newton's laws of motion

- Newton's first and second law
- Newton's third law
- Weight and tension
- Force of friction

١

3.1 The law of motion

في الجزء السابق ركزنا على علم وصف الحركة من إزاحة وسرعة وعجلة دون النظر إلى مسبباتها وهذا العلم يسمى علم الكينماتيكا *Kinematics*، وفى هذا الجزء من المقرر سوف ندرس مسبب الحركة وهو كمية فيزيائية هامة تدعى القوة *Force* والتي وضع العالم نيوتن ثلاث قوانين أساسية تعتمد على الملاحظات التجريبية التي أجراها منذ أكثر من ثلاث قرون. والعلم الذي يدرس العلاقة بين حركة الجسم والقوة المؤثرة عليه هو من علوم الميكانيكا الكلاسيكية *Classical mechanics* والتي تعرف باسم ديناميكا *Dynamics*، وكلمة كلاسيك هنا تدل على أننا نتعامل فقط مع سرعات اقل بكثير من سرعة الضوء ولأجسام أكبر بكثير من الذرة.

3.2 The concept of force

نتعامل في حياتنا اليومية مع العديد من أنواع القوى المختلفة التي قد تؤثر على الأجسام المتحركة فتغير من سرعتها مثل شخص يدفع عربة أو يسحبها أو أن تؤثر القوة على الأجسام الساكنة لتبقيها ساكنة مثل الكتاب على الطاولة أو الصور المعلقة على الحائط. ويكون تأثير القوة مباشر *Contact force* مثل سحب زنبرك أو دفع صندوق ويمكن أن يكون تأثير القوة عن بعد *Action-at-a-distance* مثل تنافر أو تجاذب قطبي مغناطيس.

It is not always force needed to move object from one place to another but force are also exist when object do not move. *for example* when you read a book you exert force holding the book against the force of gravitation.

(56)

2

يعرف الجسم الساكن بأنه في حالة اتزان equilibrium عندما تكون محصلة القوى المؤثرة عليه تساوي صفراً.

It is very important to know that when a body is at rest or when moving at constant speed we say that the net force on the body is zero *i.e.* the body in ***equilibrium***.

3.3 Newton's laws of motion

Newton's first law, the law of equilibrium states that an object at rest will remain at rest and an object in motion will remain in motion with a constant velocity unless acted on by a *net external force.*

Newton's second law, the law of acceleration, states that the acceleration of an object is directly proportional to the net force acting on it and inversely proportional to its mass.

Newton's third law, the law of action-reaction, states that when two bodies interact, the force which body "A" exerts on body "B" (the action force) is equal in magnitude and opposite in direction to the force which body "B" exerts on body "A" (the reaction force). A consequence of the third law is that forces occur in pairs. Remember that the action force and the reaction force act on different objects.

(3)

3.3.1 Newton's first and second law

يشرح القانون الأول لنيوتن حالة الأجسام التي تؤثر عليها مجموعة قوى محصلتها تساوي صفراً، حيث يبقى الجسم الساكن ساكناً والجسم المتحرك يبقى متحركا بسرعة ثابتة. أما قانون نيوتن الثاني فيختص بالأجسام التي تؤثر عليها قوة خارجية تؤدي إلى تحريكها بعجلة a أو أن تغير من سرعتها إذا كانت الأجسام متحركة. وهنا يجدر الإشارة إلى أن القانون الثاني يحتوي القانون الأول بتطبيق أن العجلة تساوي صفراً $a = 0$.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \qquad (3.1)$$

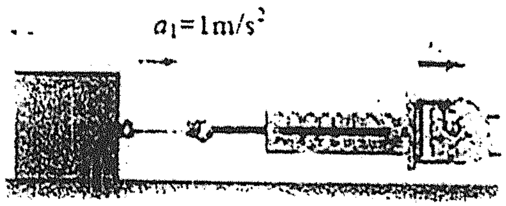
where m is the mass of the body and a is the acceleration of the body

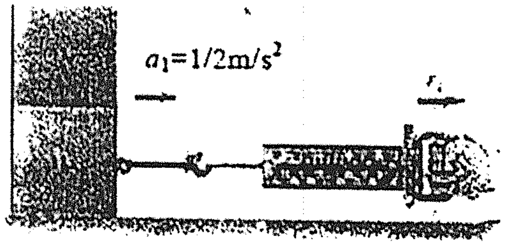
Then the unit of the force is ($Kg.m/s^2$) which is called Newton (N)

وقد سميت وحدة القوة بنيوتن تكريماً للعالم نيوتن.

$$\sum \vec{F} = 0 \qquad \textit{Newton's first law}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \qquad \textit{Newton's second law}$$





(58)

4

Example 3.1

Two forces, F_1 and F_2, act on a 5-kg mass. If F_1 =20 N and F_2 =15 N, find the acceleration in (a) and (b) of the Figure 3.1

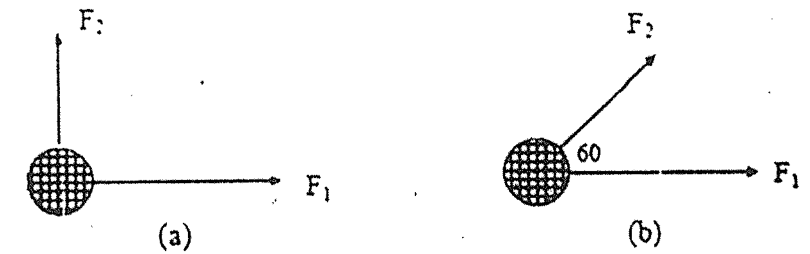


Figure 3.1

$\cos(60) = 0.5$
$\sin(6) = 0.866$

Solution

(a) $\sum F = F_1 + F_2 = (20i + 15j)$ N

$\sum F = ma \quad \therefore 20i + 15j = 5a$

$a = (4i + 3j)$ m/s² or $\quad a = 5$m/s² $\Rightarrow a = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ m/s²

$F_1 = 20\hat{i}$ = Constant

F_2 — F_{2x}, F_{2y}

(b) $F_{2x} = 15 \cos 60 = 7.5$ N

$F_{2y} = 15 \sin 60 = 13$ N

$F_2 = (7.5i + 13j)$ N $\Longrightarrow \sum F = F_1 + F_2 = (20\hat{i} + 7.5\hat{i} + 13\hat{j}) = ma$

$\sum F = (27\hat{i} + 13\hat{j}) = 5a$

$\sum F = F_1 + F_2 = (27.5i + 13j) = ma = 5a$

$a = (5.5i + 2.6j)$ m/s² $\quad$ or $\quad a = 6.08$m/s²

$a = \sqrt{(5.5)^2 + (2.6)^2} = \sqrt{30.25 + 6.76} = \sqrt{37.01} = 6.08$

(59)

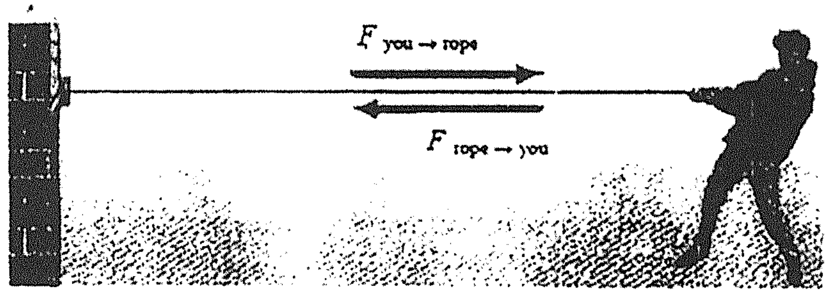
5

3.3.2 Newton's third law

يختص القانون الثالث لنيوتن على القوة المتبادلة بين الأجسام حيث أنه إذا أثرت بقوة على جسم ما وليكن كتاب ترفعه بيدك فإن الكتاب بالمقابل يؤثر بنفس مقدار القوة علـى يـدك وفي الاتجاه المعاكس.

$$\dot{F}_{12} = -\dot{F}_{21} \qquad (3.2)$$

والرمز F_{12} يعني القوة التي يتأثر بها الجسم الأول نتيجة للجسم الثاني.



يتضح من الشكل أعلاه مفهوم قانون نيوتن الثالث للفعل ورد الفعل، حيث يشد الشـخص الجدار بواسطة الحبل وبالمقابل فإن الحبل يشد الشخص كرد فعل.

6

Example 3.2

A ball is held in a person's hand. (a) Identify all the external forces acting on the ball and the reaction to each of these forces. (b) If the ball is dropped, what force is exerted on it while it is in "flight"? Identify the reaction force in this case.

Solution

(a) The external forces acting on the ball are

(1) F_H, the force which the hand exerts on the ball.
(2) W, the force of gravity exerted on the ball by the earth.

The reaction forces are

(1) To F_H: The force which the ball exerts on the hand.

(2) To W: The gravitational force which the ball exerts on the earth

(b) When the ball is in free fall, the only force exerted on it is its weight, W, which is exerted by the earth. The reaction force is the gravitational force which the ball exerts on the earth.

7

3.4 Weight and tension

3.4.1 Weight

نعلم جميعا أن الوزن ***Weight*** هو كمية فيزيائية لها وحدة القوة (N) وهي ناتجة من تأثير عجلة الجاذبية الأرضية g على كتلة الجسم m، وبتطبيق قانون نيوتن الثاني على جسم موجود على بعد قريب من سطح الأرض حيث يتأثر بقوة الجاذبية الأرضية ومقدارها كتلة الجسم في عجلة الجاذبية الأرضية، وبالتالي فإن الوزن

$$W = mg \qquad (3.3)$$

ان وزن شخص موجود في مصعد يتغير في حالة الصعود وا لهبوط بالشكل الاتي

(1) عندما يتحرك المصعد بدون عجلة (سرعة ثابتة) فإن وزن الشخص W=700N.

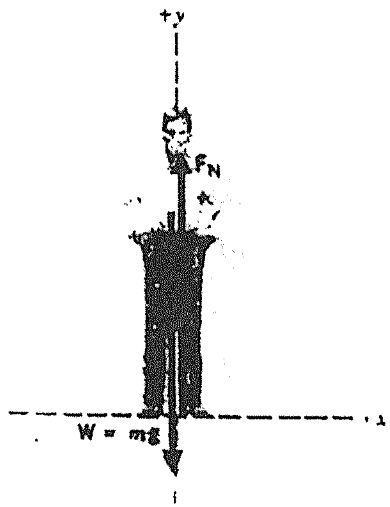
(2) عندما يتحرك المصعد إلى الأعلى فإن وزن الشخص يصبح W=1000N.

(3) عندما يتحرك المصعد إلى الأسفل فإن وزن الشخص يصبح W=400N.

(4) عندما يسقط المصعد سقوطاً حراً فإن الوزن يصبح صفراً (حالة انعدام الوزن).

في الحالة الأولى عندما تكون العجلة تساوي صفرا يكون الوزن المقاس هو الوزن الحقيقي للشخص، بينما الوزن المقاس في الحالات الثلاث الأخرى فيدعى الوزن الظاهري. ولتوضيح التغير في الوزن الظاهري بالنسبة إلى الوزن الحقيقي سنستخدم قانون نيوتن الثاني:

بتحليل القوى المؤثرة على الشخص في المصعد نجد أن هنالك قوتين الأولى هي وزن الشخص $W=mg$ والقوة الأخرى هي قوة رد فعل المصعد على الشخص F_N. بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد أن



$$\sum F = F_N - mg = ma$$

where a is the acceleration of the elevator and the person.

$$\underbrace{F_N}_{\text{Apparent weight}} = \underbrace{mg}_{\text{True Weight}} + ma$$

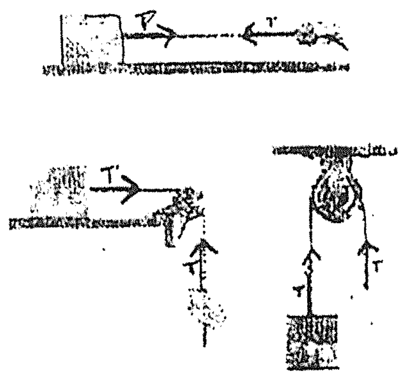
عندما يتحرك المصعد إلى الأعلى تكون العجلة a موجبة. أما عندما يتحرك المصعد للأسفل فإن a تكون سالبة.

$F_N = mg + ma$ when the elevator moves upward

$F_N = mg - ma$ when the elevator moves downward

3.4.2 Tension

9



عند سحب جسم بواسطة حبل فإن القوة المؤثرة على الجسم من خلال الحبل تدعى قوة الشد *Tension* ويرمز لها بالرمز T ووحدته N. ويظهر في الشكل صور مختلفة من قوة الشد وكيفية تحديدها على الشكل.

Example 3.3

An electron of mass 9.1×10^{-31} kg (m) has an initial speed of 3.0×10^{5} m/s (V_o). It travels in a straight line, and its speed increases to 7.0×10^{5} m/s in a distance of 5.0 cm. Assuming its acceleration is constant, (a) determine the force on the electron and (b) compare this force with the weight of the electron, which we neglected.

Solution

$$F = ma \qquad \text{and} \qquad v^2 = v_0^2 + 2ax \quad \text{or} \qquad a = \frac{(v^2 - v_o^2)}{2x}$$

بالتعويض

$$F = \frac{m(v^2 - v_o^2)}{2x} = 3.6\times10^{-18}\text{N}$$

(b) The weight of the electron is :

$$W = m\,g = (9.1\times10^{-31}\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) = 8.9\times10^{-30}\text{N}$$

The accelerating force is approximately 10^{11} times the weight of the electron.

Example 3.4

Two blocks having masses of 2 kg and 3 kg are in contact on a fixed smooth inclined plane as in Figure 3.2.

(a) Treating the two blocks as a composite system, calculate the force F that will accelerate the blocks up the incline with acceleration of $2 m/s^2$.

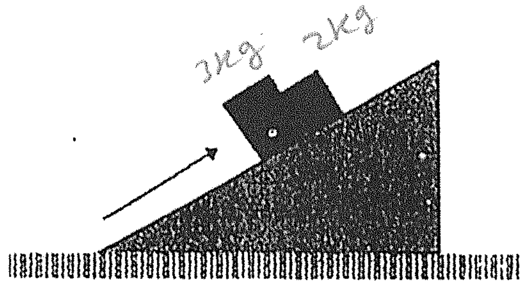


Figure 3.2

Solution

We can replace the two blocks by an equivalent 5 kg block as shown in Figure 3.3. Letting the x axis be along the incline, the resultant force on the system (the two blocks) in the x direction gives

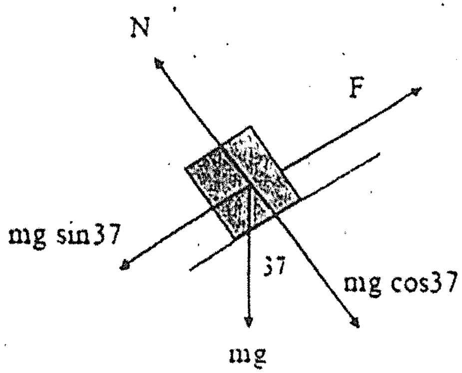


Figure 3.3

$$\boxed{\sum F_x = F - W \sin(37^\circ) = m\, a_x}$$

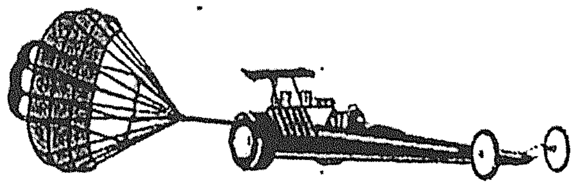
$$F - 5\,(0.6) = 5(2)$$

$$F = 39.4\ \text{N}$$

(11)

Example 3.5

The parachute on a race car of weight 8820N opens at the end of a quarter-mile run when the car is travelling at 55 m/s. What is the total retarding force required to stop the car in a distance of 1000 m in the event of a brake failure?



Solution

$W = 8820$ N, $g = 9.8$ m/s^2, $v_o = 55$ m/s, $v_f = 0$, $x_f - x_o = 1000$ m

(1) الكتلة $m = \dfrac{W}{g} = 900$ kg

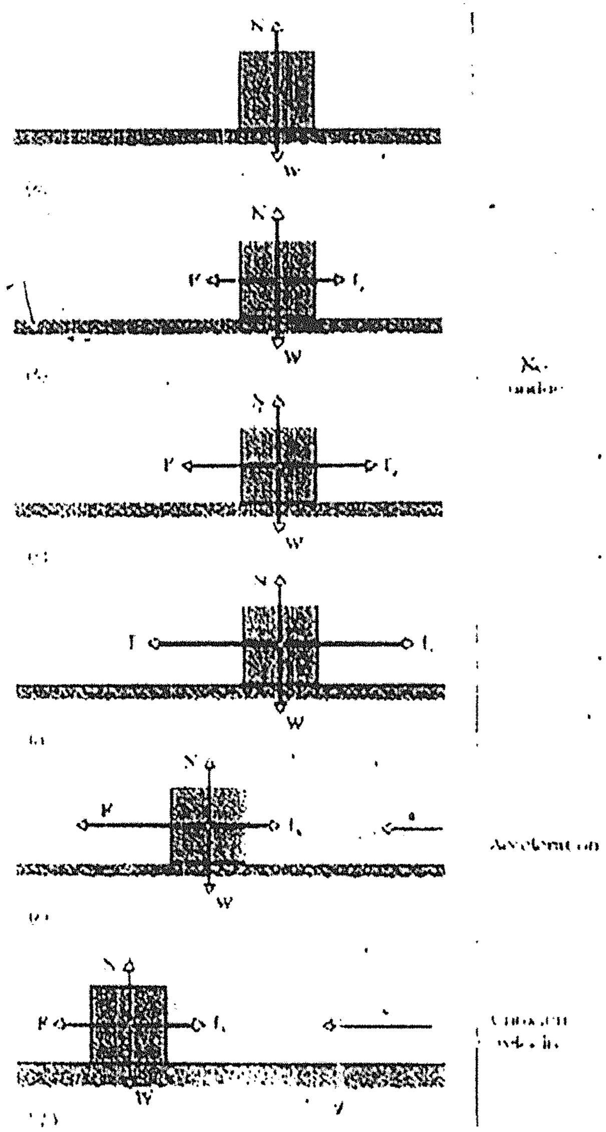
(2) التعجيل $v_f^2 = v_o^2 + 2a(x - x_o)$.

$0 = 55^2 + 2a(1000)$. giving $a = -1.51$ m/s^2

$\sum F = ma = (900 \text{ kg})(-1.51 \text{ m/s}^2) = -1.36 \times 10^3$ N

The minus sign means that the force is a retarding force.

3.5 Force of friction



لقد أهملنا سابقاً القوة الناتجة عن الاحتكاك وكنا نفترض أن الأجسام تتحرك على أسطح ناعمة smooth surfaces وذلك حتى لا نزيد عدد المعادلات الرياضية المطلوبة لحل مسائل الميكانيكا، ولكي نكون أكثر تبسيطاً في التعامل مع متجهات القوة بمختلف أنواعها مثل الوزن W والشد T ورد الفعل N والقوة الخارجية المؤثرة على الحركة F، سندخل نوع آخر من القوة المؤثرة على الحركة وهي قوة الاحتكاك ***force of friction*** ويرمز لها بالرمز f واتجاه هذه القوة دائماً عكس اتجاه الحركة وهي ناتجة عن خشونة الأسطح المتحركة.

من التجارب العملية لوحظ أن قوة الاحتكاك للأجسام الساكنة أكبر

Example 3.10

Two blocks of mass 2kg and 7kg are connected by a light string that passes over a frictionless pulley as shown in Figure 3.9. The inclines are smooth. Find (a) the acceleration of each block and (b) the tension in the string.

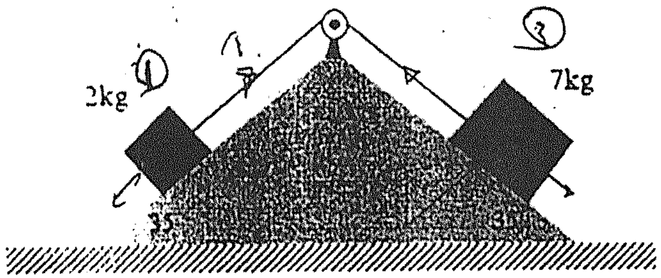


Figure 3.9

Solution

Since it has a larger mass, we expect the 7-kg block to move down the plane. The acceleration for both blocks should have the same magnitude since they are joined together by a nonstretching string.

$\sum F_1 = m_1 a_1$ $\qquad$ $-m_1 g \sin 35° + T = m_1 a$

$\sum F_2 = m_2 a_2$ $\qquad$ $-m_2 g \sin 35° + T = -m_2 a$

and

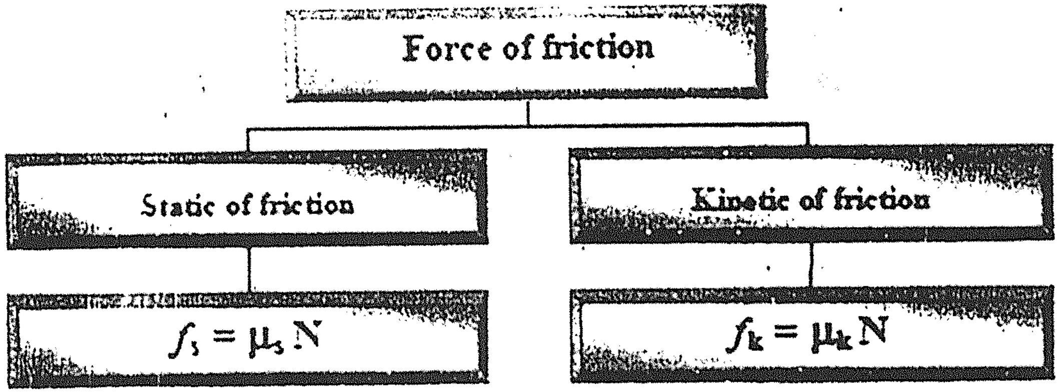
$-(2)(9.80) \sin 35° + T = 2a$

$-(7)(9.80) \sin 35° + T = -7a$

$T = 17.5N$ $\qquad$ $a = 3.12 m s^{-2}$

من قوة الاحتكاك للأجسام المتحركة. وهذا شيء نلاحظه في حياتنا العملية حيث يحتاج الشخص إلى قوة كبيرة في بداية الأمر لتحريك صندوق خشبي على الأرض ولكن بعد أن يتحرك الجسم نلاحظ أن القوة اللازمة أصبحت أقل من ذي قبل وهذا لأن الجسم أصبح متحركاً وبالتالي فإن قوة الاحتكاك تصبح أقل.

لهذا السبب يمكن تقسيم الاحتكاك إلى نوعين هما الاحتكاك السكوني ***static friction*** والاحتكاك الحركي ***kinetic friction***.



ولقد وجد عمليا أن قوة الاحتكاك تتناسب طرديا مع قوة رد الفعل لهذا فإن الاحتكاك يمكن أن يكتب كالتالي:

$$f = \mu N \qquad (3.5)$$

حيث μ تسمى معامل الاحتكاك، وفي حالة الاحتكاك السكوني تسمى *Coefficient of static friction*، μ_s أما في حالة الاحتكاك الحركي تسمى *Coefficient of kinetic friction*. μ_k

وعند تمثيل العلاقة بين القوة المؤثرة على جسم وقوة الاحتكاك بيانياً ينتج الشكل التالي:

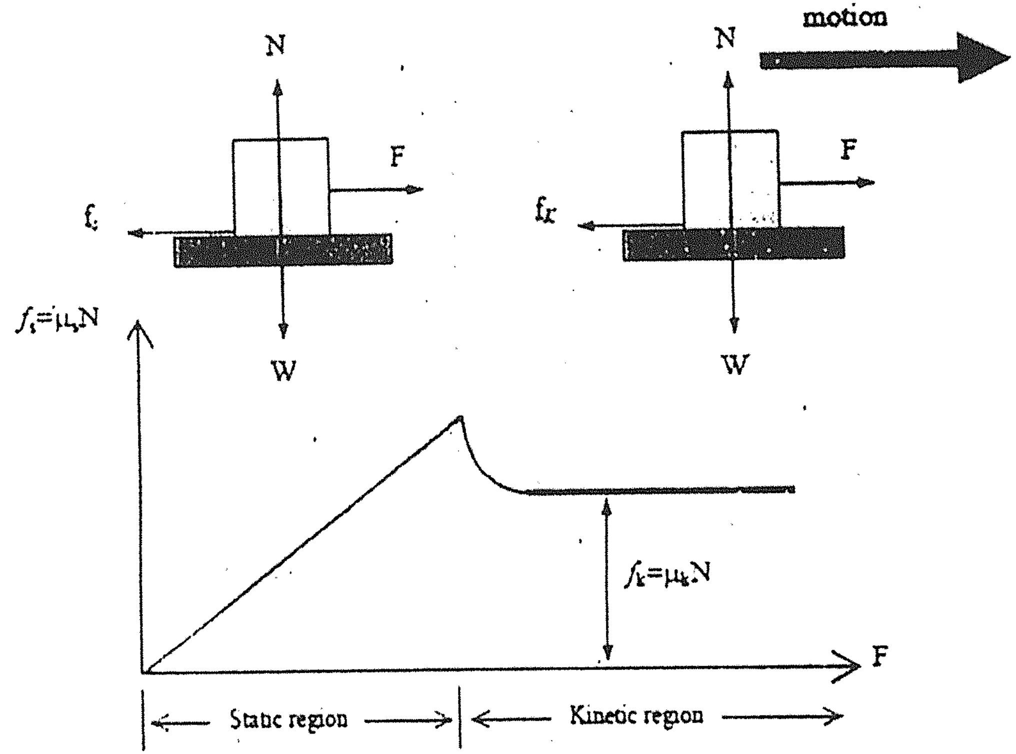


Figure 3.11

معامل الاحتكاك الحركي يكون دائما أكبر من معامل الاحتكاك السكوني ومعامل الاحتكاك ليس له وحدة.

3.5.1 Evaluation of the force of friction

Case (1) when a body slides on a horizontal surface

$$f_k = \mu_k N$$

since $N = mg$ (كما هو في الشكل المقابل)

$$f_k = \mu_k mg$$

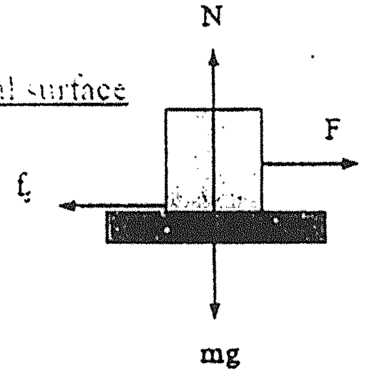


Figure 3.12

Case (2) when a body slides on an inclined surface

$$f_k = \mu_k N$$

since $N = mg \cos\theta$ (كما هو في الشكل المقابل)

$$f_k = \mu_k mg \cos\theta$$

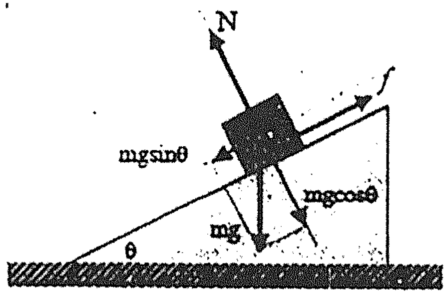


Figure 3.13